§9 Zur Approximation bzgl. V_1 nach dem Verfahren von 6.3

Mit dem Verfahren von 6.3 ist die Approximation von $f(x)=\sqrt{x}$ auf $[o,1]$ und der Riemannschen Zetafunktion auf $[2,3]$ und $[2,4]$ durchgeführt worden; man beachte hierzu Bemerkung 6.1 .
Zur Konstruktion einer Startfunktion werden die Punkte $x_1=a$, $x_2=\frac{a+b}{2}$, $x_3=b$ verwendet, wenn auf $[a,b]$ approximiert wird.
Die Frequenzen t_n werden iterativ nach Newton-Raphson ermittelt; der Startwert für die Bestimmung von t_1 ist stets $t=o$, für $n \geqq 2$ wird t_{n-1} als Startwert für die iterative Bestimmung von t_n verwendet.
Die Approximationen werden wie oben auf diskreten Punktmengen X durchgeführt; die Auswertung der Fehlerfunktionen erfolgt wieder für das ganze betrachtete Intervall.

<u>Approximation von $f(x)=\sqrt{x}$ auf $[o,1]$</u>

Es ist $X=\{ \frac{i}{1oo} \mid o \leqq i \leqq 1oo \}$.

1.Iterationsschritt:

$x_1=o.o$ $x_2=o.5$ $x_3=1.o$

5 Schritte nach Newton-Raphson ergeben:

$t_1=1.762\ 747\ 174\ o38$; Fehler: $\pm\ 1o^{-12}$

Es folgt:

$a_1=o.2o7\ 1o6\ 781\ 186$ (Zeichnung 99)

2.Iterationsschritt:

$x_1=o.o$ $x_2=o.42$ $x_3=1.o$

3 Schritte nach Newton-Raphson ergeben:

$t_2=1.751\ 452\ 157\ 15o$; Fehler: $\pm\ 1o^{-12}$

Es folgt:

$a_2=o.2o9\ 953\ 239\ 189$ (Zeichnung 1oo)

Hiermit ist die beste Approximation an f auf X gegeben:

Ende der Iteration

Auswertung der Fehlerfunktion

Die Nullstellen	Lokale Extrema und Funktionswerte	
	o.o	-o.2o99532392
o.o53o896736		
	o.4218434150	+o.2o9957o814
o.8421382898		
	1.o	-o.2o99532392

Man vergleiche hierzu 7.1A .

Die Auswertung von $\zeta(x)$ für $x \in [2,4]$ erfolgt in den nächsten Beispielen wie in §8; entsprechend gelten die Bemerkungen über die Genauigkeit der angegebenen Werte. Für den Vergleich der Ergebnisse mit denen von §8 beachte man, daß X hier weniger Punkte enthält als in §8.

Approximation von $f(x)=\zeta(x)$ auf $[2,3]$

Es ist $X=\{2.o + \frac{i}{128} \mid o \leq i \leq 128\}$.

1.Iterationsschritt:

$x_1=2.o$ $x_2=2.5$ $x_3=3.o$

4 Schritte nach Newton-Raphson ergeben:

$t_1=-o.321\ o34\ 683\ 61o$ Fehler: $\pm$ $1o^{-12}$

Es folgt:

$a_1= 3.o64\ 974\ 872\ 7o7$ (Zeichnung 1o1)

2.Iterationsschritt:

$x_1=2.o$ $x_2=2.39o625$ $x_3=3.o$

3 Schritte nach Newton-Raphson ergeben:

$t_2=-o.321\ 38o\ 719\ 31o$ Fehler: $\pm$ $1o^{-12}$

Es folgt:

$a_2= 3.o64\ 296\ 199\ 4o6$ (Zeichnung 1o2)

Damit ist die beste Approximation auf X gegeben:

Ende der Iteration

Auswertung der Fehlerfunktion

Die Nullstellen	Lokale Extrema und Funktionswerte	
	2.o	+o.o33 6o9 618 743
2.o994456o		
	2.3942oo(3.4·1o^{-5})	-o.o33 613 341 238
2.793oo4o1		
	3.o	+o.o33 6o9 618 743

Approximation von $f(x)=\zeta(x)$ auf $[2,4]$

Es ist $X=\{2.o + \frac{i}{128} \mid o \leqq i \leqq 256\}$.

1.Iterationsschritt:

x_1=2.o x_2=3.o x_3=4.o

4 Schritte nach Newton-Raphson ergeben:

t_1=-o.22o 167 923 889 Fehler:$\pm$ 1o^{-12}

Es folgt:

a_1= 2.453 432 894 14o (Zeichnung 1o3)

2.Iterationsschritt:

x_1=2.o x_2=2.6796875 x_3=4.o

3 Schritte nach Newton-Raphson ergeben:

t_2=-o.221 422 241 1o2 Fehler:$\pm$1o^{-12}

Es folgt:

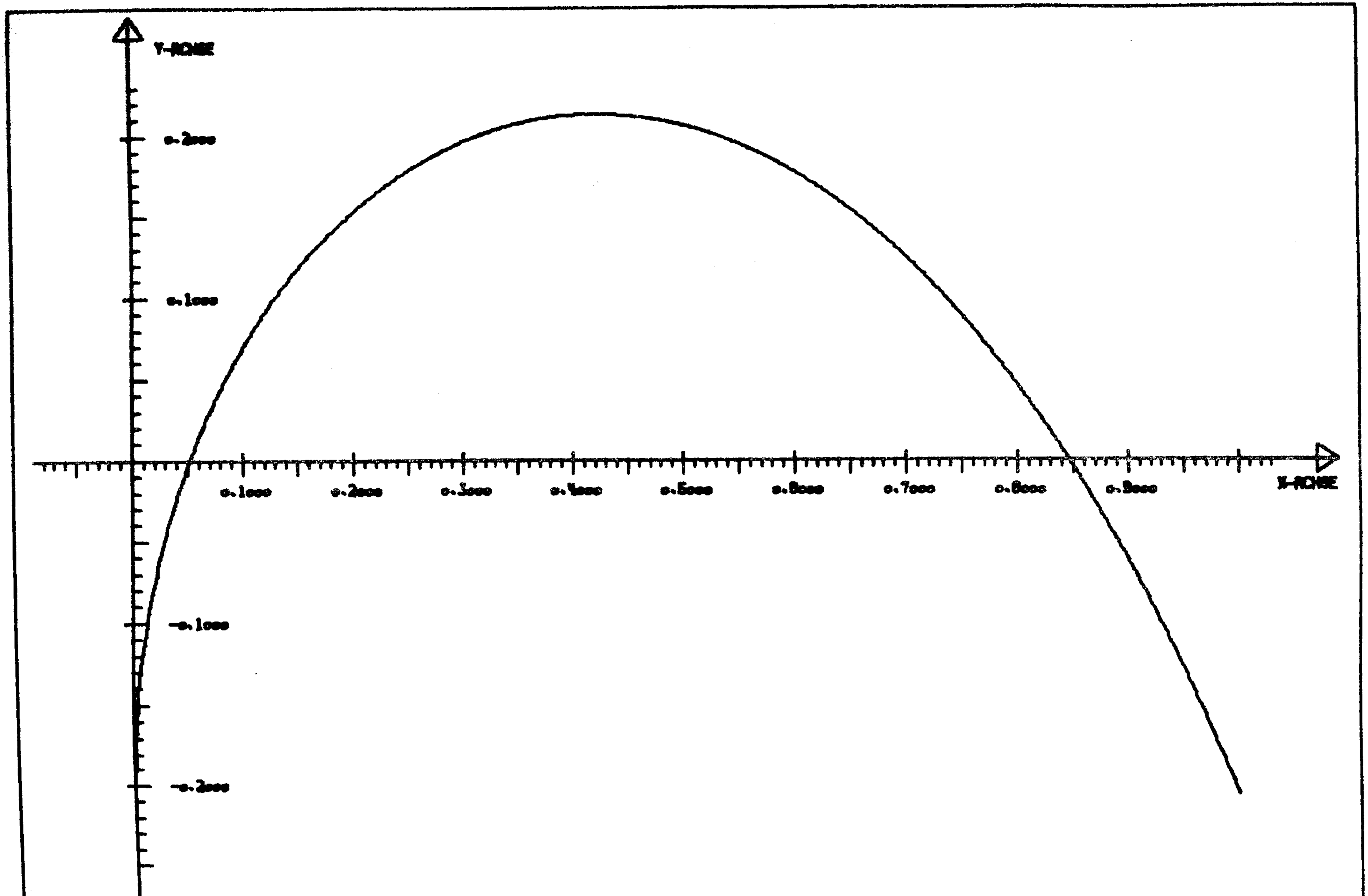
a_2= 2.448 5o6 467 119 (Zeichnung 1o4)

Damit ist die beste Approximation auf X gegeben:

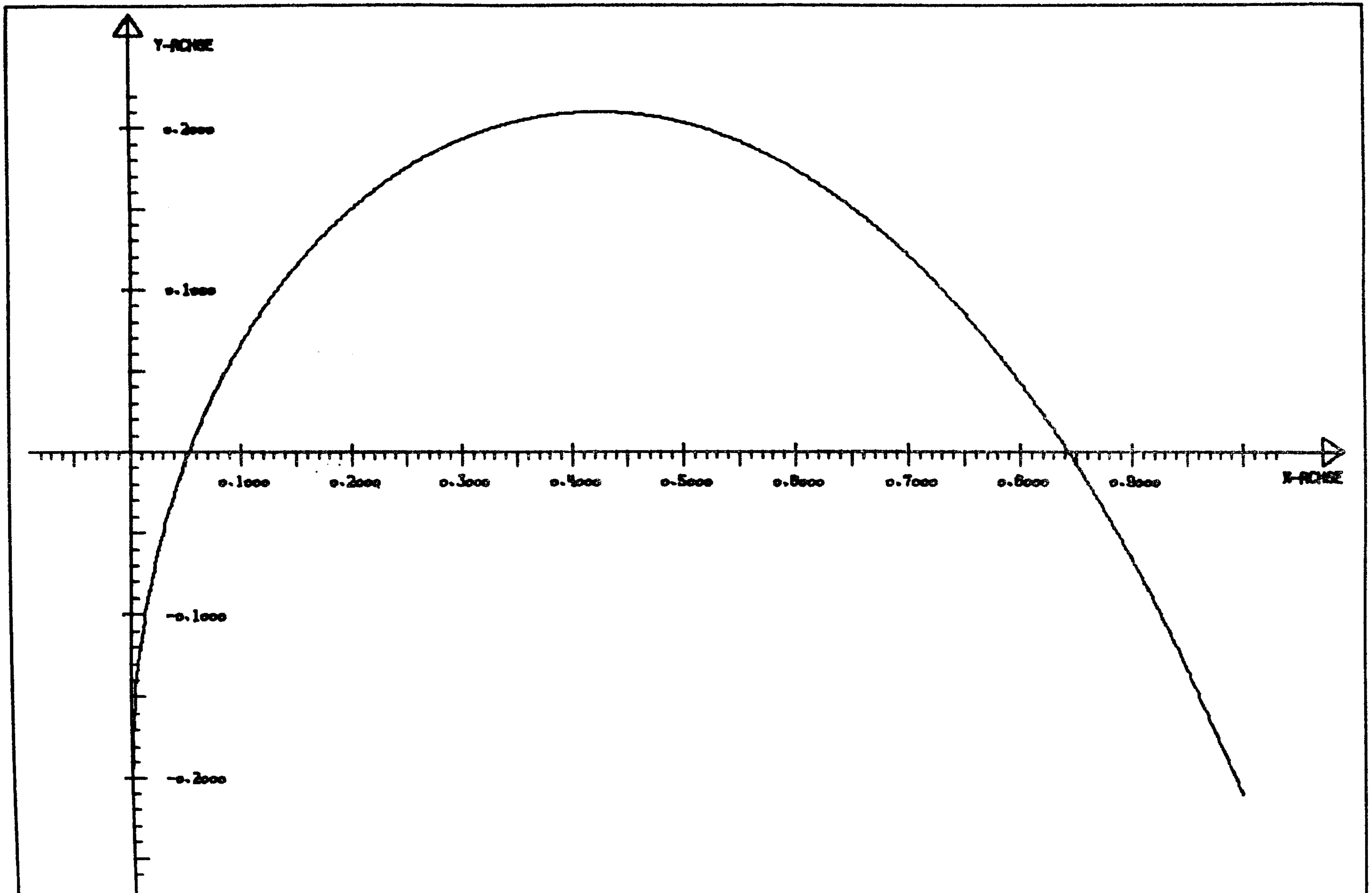
Ende der Iteration

Auswertung der Fehlerfunktion

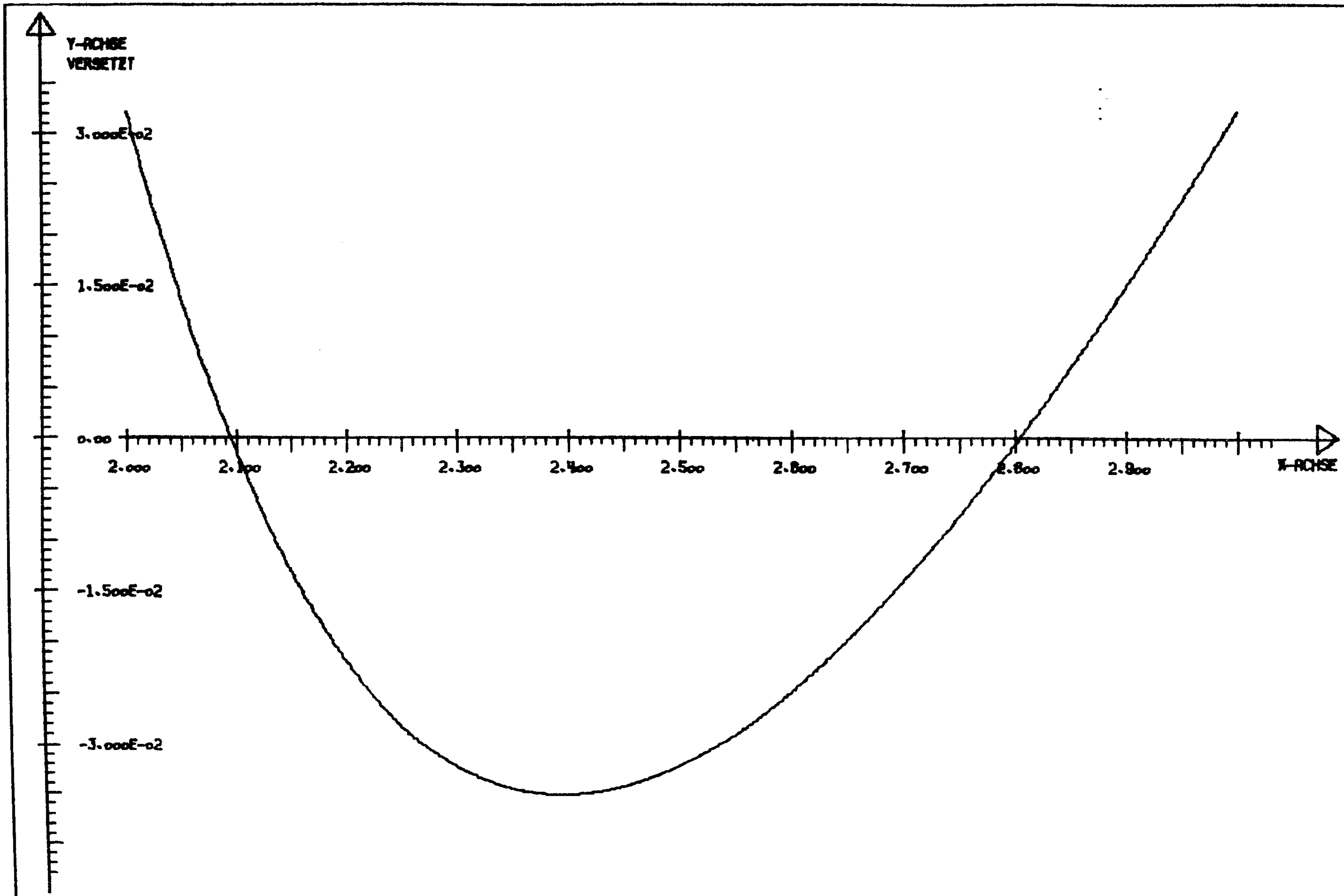
Die Nullstellen	Lokale Extrema und Funktionswerte	
	2.o	+o.o72 485 893 o85
2.15753518		
	2.678848(3.2·1o^{-5})	-o.o72 486 o14 988
3.5o969112		
	4.o	+o.o72 485 893 o85



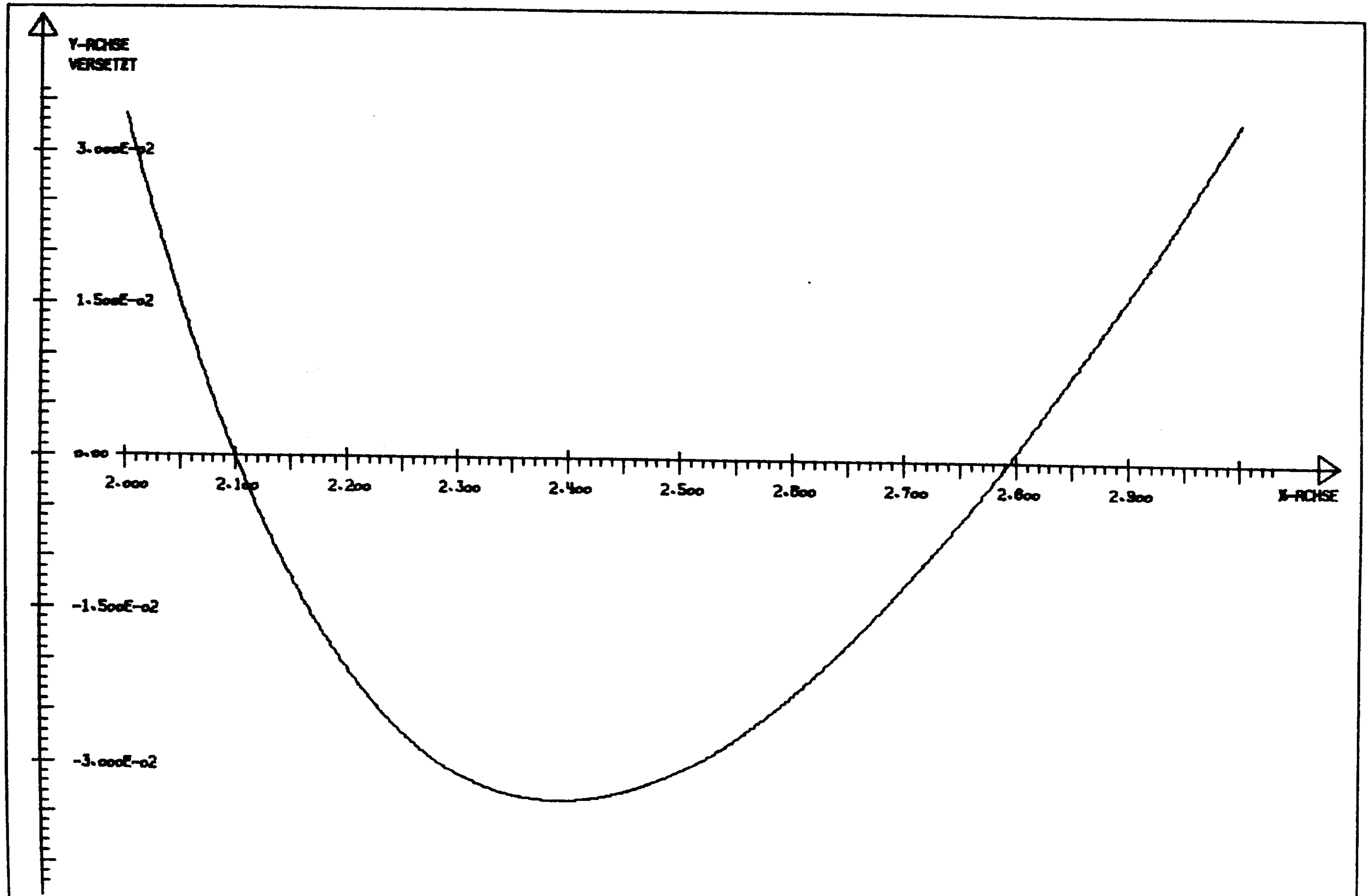
ZEICHNUNG 99



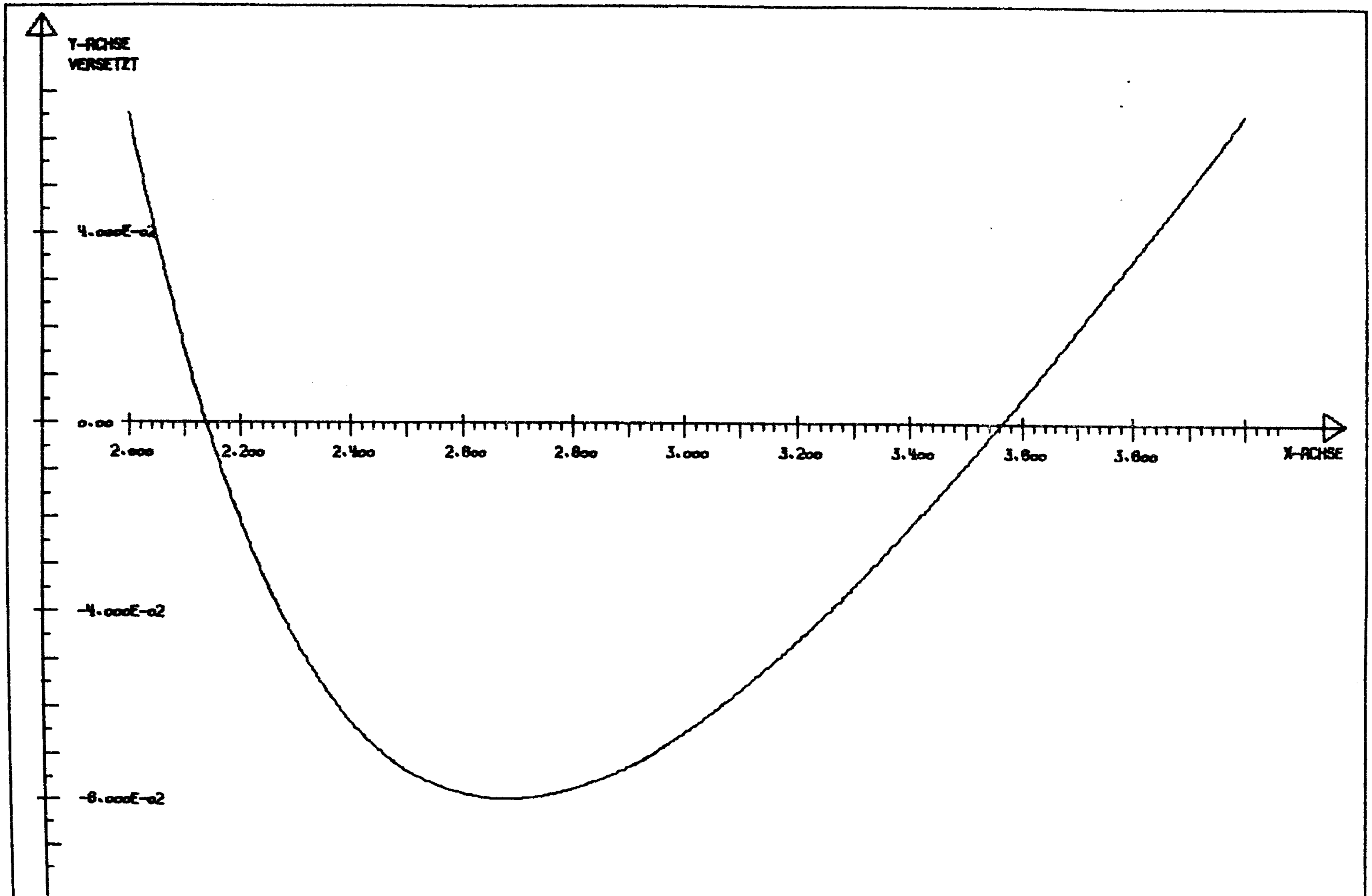
ZEICHNUNG 1oo



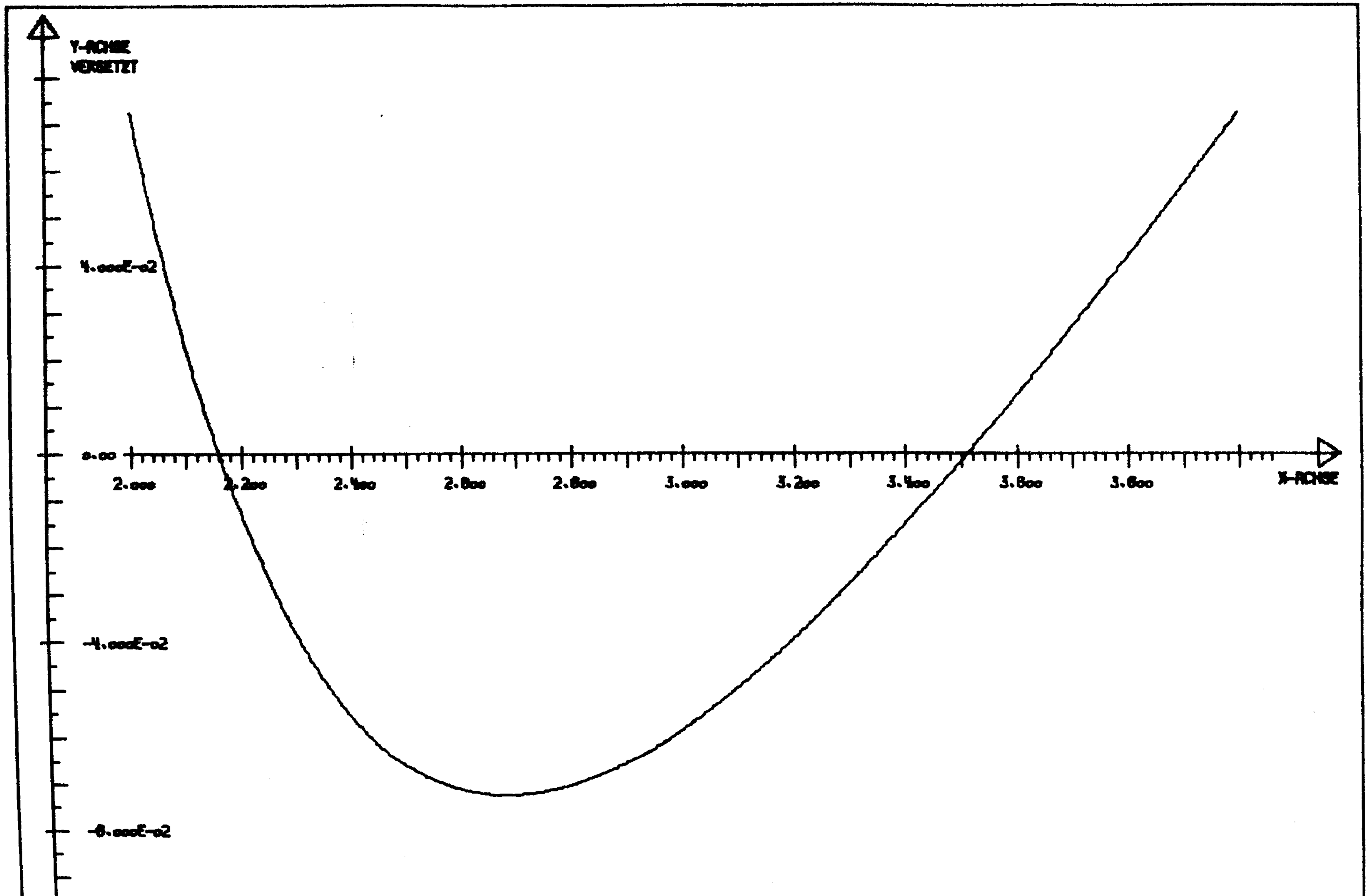
ZEICHNUNG 1o1



ZEICHNUNG 1o2



ZEICHNUNG 1o3



ZEICHNUNG 1o4